

PENYELESAIAN MASALAH RISET OPERASI (TRANSPORTASI) DENGAN MENGGUNAKAN PROGRAM SOLVER

Ismaniah*)

Abstrak

Riset Operasi adalah suatu pendekatan ilmiah kepada pengambilan keputusan yang selalu berusaha menetapkan arah tindakan terbaik (optimum) dari sebuah masalah keputusan di bawah pembatasan sumber daya yang terbatas. Dan Model matematis merupakan inti dari riset operasi, dimana pembuatan model matematika didasarkan atas suatu permasalahan yang sedang dihadapi dan menggunakan sebuah proses atau prosedur yang dapat diprogram untuk mendapatkan solusinya.

Masalah Transportasi merupakan bagian penting dalam masalah pemrograman linier, dimana pemrograman linier ini juga merupakan bagian dari masalah Riset Operasi dan penyelesaian masalah transportasi ini biasanya menggunakan metode simpleks yang biasa.

Program Solver dari Microsoft Excel merupakan salah satu alat bantu penyelesaian masalah Transportasi dan juga masalah-masalah yang ada dalam Riset Operasi (seperti masalah penugasan, proses produksi, penjadwalan dll).

I. Pendahuluan

Riset Operasi digambarkan sebagai suatu pendekatan ilmiah kepada pengambilan keputusan yang meliputi operasi dari sistem-sistem organisasi, dan berusaha menetapkan arah tindakan terbaik (optimum) dari sebuah masalah keputusan di bawah pembatasan sumber daya yang terbatas.

Model matematis merupakan inti dari riset operasi, tetapi pemecahan masalah tidaklah hanya sekedar pengembangan dan pemecahan model-model matematis. Model matematika secara fisis adalah sekumpulan persamaan dan atau pertidaksamaan dari satu atau beberapa fungsi matematis. Fungsi matematis ini mengandung satu atau variabel keputusan, dan fungsi ini membentuk tujuan atau kriteria serta kendala-kendala atau batasan-batasan.

Pemrograman matematis (*mathematical programming*) adalah pembuatan model matematika atas suatu permasalahan yang sedang dihadapi dan menggunakan sebuah proses atau prosedur yang dapat diprogram, disebut algoritma, untuk mendapatkan solusinya.

* Ismaniah, S.Si, M, Dosen Fakultas Teknik Ubhara Jaya

Model-model pemrograman matematika yang banyak digunakan adalah pemrograman linier (*linear programming*), pemrograman bilangan bulat (*integer programming*), pemrograman nonlinier (*non linear programming*), analisis jaringan (*network analysis*) dan pemrograman dinamis (*dynamic programming*). Model-model pemrograman matematika tersebut dipakai untuk permasalahan *deterministic* dimana teori probabilitas tidak dibutuhkan.

Masalah Transportasi merupakan bagian penting dalam masalah pemrograman linier, penyelesaian masalah transportasi ini biasanya dengan metode simpleks yang biasa, tetapi disini penulis mencoba menggunakan program solver dari Excel untuk menyelesaikan masalah transportasi tersebut.

1.1 Definisi pemrograman matematis

Sebuah model atau pemrograman matematis memuat beberapa variabel keputusan, fungsi tujuan dan beberapa fungsi kendala dalam bentuk persamaan atau pertidaksamaan, dimana :

- Variabel-variabel keputusan adalah variabel-variabel yang menggambarkan keputusan-keputusan yang akan dibuat.
- Fungsi tujuan adalah fungsi dari harapan atau criteria yang ingin dicapai, yang selanjutnya akan dimaksimalkan atau diminimalkan.
- Batasan-batasan atau kendala adalah kondisi atau syarat yang membatasi nilai-nilai dari variabel keputusan yang mungkin.
- Daerah solusi yang layak (*feasible space*) adalah daerah dari nilai-nilai variabel keputusan yang memenuhi semua kendala, atau semua kemungkinan kombinasi variabel keputusan yang memenuhi semua kendala.
- Solusi tidak layak (*infeasible solution*) adalah solusi yang tidak memenuhi satu kendala atau lebih.
- Solusi tak terbatas/terhingga (*unbounded solution*) adalah nilai fungsi tujuan tak terbatas (solusi optimal $\pm \infty$).
- Banyak solusi optimal (*multiple optimal solution*) adalah nilai fungsi tujuan paling baik dengan jumlah dua atau lebih.

Adapun bentuk pemrograman matematis adalah memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan, yang memenuhi kendala-kendala, syarat atau batasan.

1.2 Analisis sensitivitas

Analisis ini dilakukan setelah mendapatkan solusi optimal sehingga kerap juga disebut analisis pascaoptimalitas. Tujuannya adalah menguji ketangguhan model. Analisis sensitivitas dilakukan untuk menentukan pengaruh perubahan data, variabel atau kendala pada model terhadap keputusan optimal yang didapat.

- Kendala atau batasan yang ketat (*binding constraint*)
Adalah batasan yang dimanfaatkan sepenuhnya (dihabiskan) dalam mencapai keputusan yang optimal. Batasan yang ketat ini disebut batasan yang aktif.
- Kelebihan sumber daya yang ada terhadap yang digunakan (*slack*)
Untuk kendala dengan tanda \leq , jumlah sumber daya yang berlebihan dikurangi sedemikian rupa hingga batasan sumber daya tersebut menjadi ketat atau seimbang.
- Kelebihan penggunaan sumber daya dari batasan persediaan.
Untuk kendala dengan tanda \geq , jumlah pengguna sumber daya yang berlebihan dikurangi sedemikian rupa hingga batasan sumber daya tersebut menjadi ketat atau seimbang.
- *Shadow price* (harga bayaran)
Peningkatan (untuk kriteria laba) nilai fungsi tujuan jika dilakukan penambahan satu unit sumber daya pada pembatas sebelah kanan, atau sebaliknya penurunan (untuk kriteria biaya) nilai fungsi tujuan jika dilakukan penambahan satu unit pembatas sebelah kanan.
- Penurunan biaya (*reduced cost*)
Perubahan nilai koefisien dalam sebuah fungsi tujuan untuk meningkatkan laba atau biaya optimal.

1.3 Pedoman Pemrograman Matematis

- Mengerti masalah yang sebenarnya.
- Menyatakan secara lisan dan ringkas hal-hal tersebut:
 1. Tujuan (*objective*) adalah sasaran yang ingin dicapai dari masalah yang dihadapi, misalnya keuntungan terbesar (maksimal), penjualan terbanyak, produktivitas tertinggi, biaya terendah, atau waktu tercepat.
 2. Variabel keputusan yaitu aspek-aspek yang dapat dikontrol untuk mencapai sasaran yang diharapkan.

3. kendala adalah kondisi/syarat yang harus dipenuhi agar mendapat solusi yang layak.

- Mengembangkan model matematis menggunakan variabel-variabel keputusan sebagai sesuatu yang akan dicari.
- Mengimplementasikan model matematis yang telah dibuat dalam *software* yang tersedia dan menjalankannya.

II. MODEL MASALAH TRANSPORTASI DAN PROGRAM SOLVER

2.1 Model Masalah Transportasi

Masalah Transportasi umumnya berkaitan dengan mendistribusikan sembarang komoditi dari sembarang kelompok pusat pemasok, yang disebut **sumber**, ke sembarang pusat penerima yang disebut **tujuan**, sedemikian rupa sehingga meminimumkan biaya distribusi total.

Andaikan Z adalah biaya distribusi total maka :

$$\text{Meminimumkan } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

Dengan kendala :

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$
$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

dimana :

c_{ij} adalah biaya unit transportasi antara sumber i ke tujuan j

x_{ij} adalah jumlah barang/unit yang didistribusikan dari sumber i ke tujuan j

Metode simpleks untuk menyelesaikan masalah transportasi ini umumnya menggunakan tabel transportasi, dan melalui 2 langkah yaitu:

- a. Langkah mencari solusi awal, metode yang banyak digunakan seperti : NWC (*North West Corner*), LC (*Least Cost*) dan VAM (*Vogel Aproximation Method*).
- b. Langkah mencari solusi optimal, metode yang dapat digunakan seperti : Stepping Stone dan MODI (*Modified Distribution*)

2.2 Pengertian Solver

Solver adalah suatu program penyelesaian (menemukan jawaban) pada Excel untuk menyelesaikan masalah-masalah dalam riset operasi, yang meliputi jawaban fungsi dan jawaban kendala serta jawaban analisis sensitivitas. Untuk mendapatkan program solver ada dalam Microsoft Excel pada Microsoft Office XP terbaru.

Sebelum memasuki program solver, langkah pertama yang harus dilakukan adalah mendefinisikan dan memilih variabel keputusan, kendala dan fungsi tujuan dari suatu masalah. Setelah langkah pertama dilakukan, masukkan data fungsi tujuan, kendala dan variabel keputusan dalam Excel.

Sebelum memasuki contoh penyelesaian masalah dalam solver, ada beberapa rumus implementasi yang perlu dimengerti dalam Excel:

SUMPRODUCT (a1:b2,c1:d2) artinya perkalian dari $(a1 \times c1) + (b2 \times d2)$

SUM (c1:c3) artinya penjumlahan dari $(c1 + \dots + c3)$

Sum (a1,b2,d10,f9) artinya penjumlahan dari $(a1 + b2 + d10 + f9)$

Contoh masalah 1:

Untuk lebih jelasnya, akan diberikan contoh permasalahan pembelian disket dibawah ini:

Seorang pedagang disket yang memiliki empat toko di empat kota yang berbeda, membutuhkan disket dalam jumlah besar untuk dijual per bulan. Pedagang ini membeli disket dari 3 pabrik dengan harga pembelian yang berbeda. Setiap pabrik menjual disketnya dengan harga berbeda karena turut memperhitungkan biaya transportasi. Dari pabrik mana setiap toko dapat membeli disket sehingga pedagang tersebut dapat memperkecil total biaya pembelian? Di bawah ini adalah tabel harga penawaran per 1000 disket (Rp 10.000,00):

	Toko 1	Toko 2	Toko 3	Toko 4	Persediaan
Pabrik 1	50	45	48	52	25
Pabrik 2	52	48	51	54	30
Pabrik 3	49	51	50	52	25
kebutuhan	20	25	15	15	

Langkah pertama yang harus Anda lakukan adalah memasukkan data menjadi berikut ini:

	A	B	C	D	E	F	G
6	<i>Penawaran per 1000 diskettes</i>						
7		toko 1	toko 2	toko 3	toko 4		
8	pabrik 1	50	45	48	52		
9	pabrik 2	52	48	51	54		
10	pabrik 3	49	51	50	52		
12	<i>Pemberian kontrak per 1000 diskette</i>						
13		toko 1	toko 2	toko 3	toko 4	total penjualan	persediaan
14	pabrik 1	0	0	0	0	0	25
15	pabrik 2	0	0	0	0	0	30
16	pabrik 3	0	0	0	0	0	25
17	Total pembelian	0	0	0	0		
18	Kebutuhan	20	25	15	15		
20	total biaya	0					

Gambar 2.1 Memasukkan data

Setelah memasukkan data secara lengkap dalam Excel, berikan rumus pada kendala dan fungsi tujuan.

Kendala

total penjualan Pabrik 1 = SUM (B14:E14)

total penjualan Pabrik 2 = SUM (B15:E15)

total penjualan Pabrik 3 = SUM (B16:E16)

total pembelian Toko 1 = SUM (B14:B16)

total pembelian Toko 2 = SUM (C14:C16)

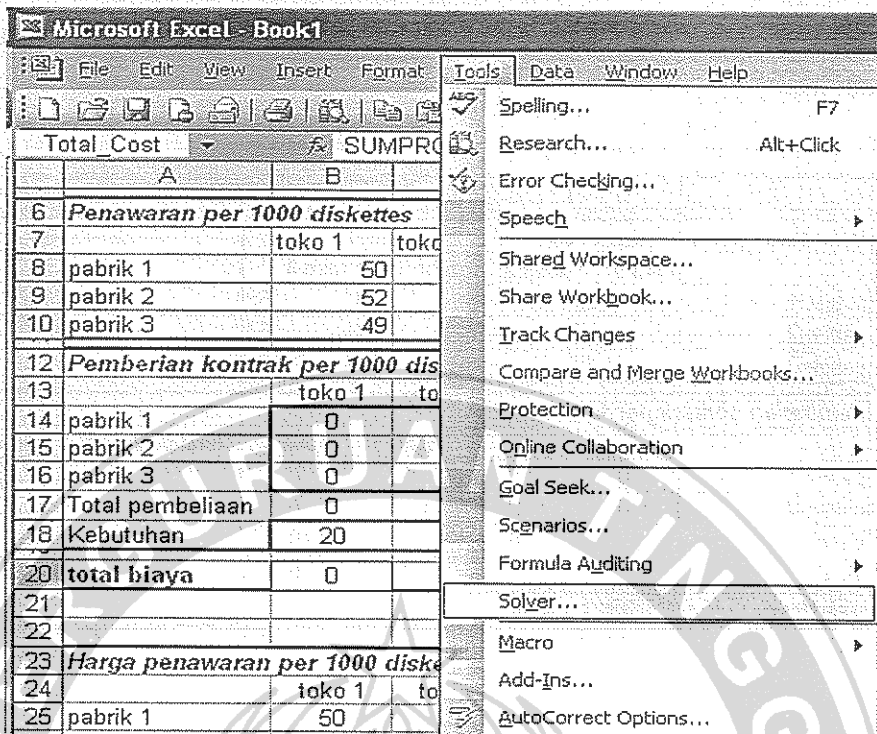
total pembelian Toko 3 = SUM (D14:D16)

total pembelian Toko 4 = SUM (E14:E16)

Fungsi Tujuan:

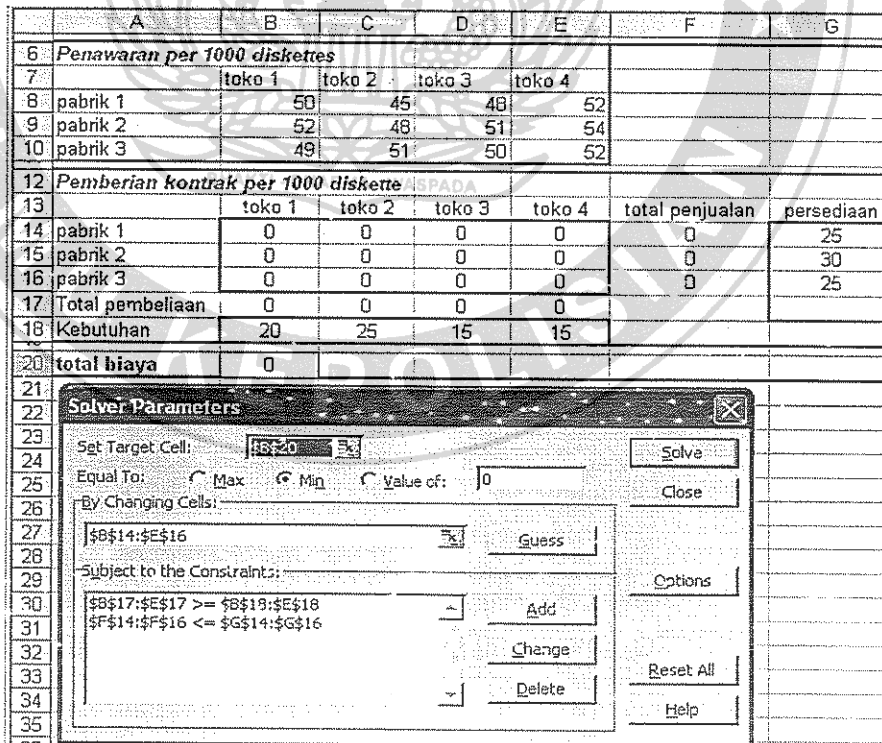
total biaya pembelian = SUMPRODUCT (B8:E10,B14:E16)

Setelah memberikan rumus dalam Excel, kursor diarahkan ke fungsi tujuan lalu tekan tools dan pilih solver sehingga akan tampil gambar di bawah ini:



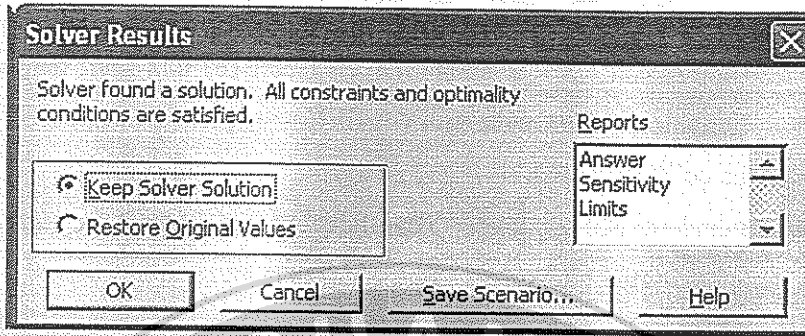
Gambar 2.2 Langkah usai memasukkan rumus

Tekan Solver dan akan tampil:



Gambar 2.3 Solver Parameter

Setelah keluar dari solver parameters, tekan solve sehingga akan tampil:



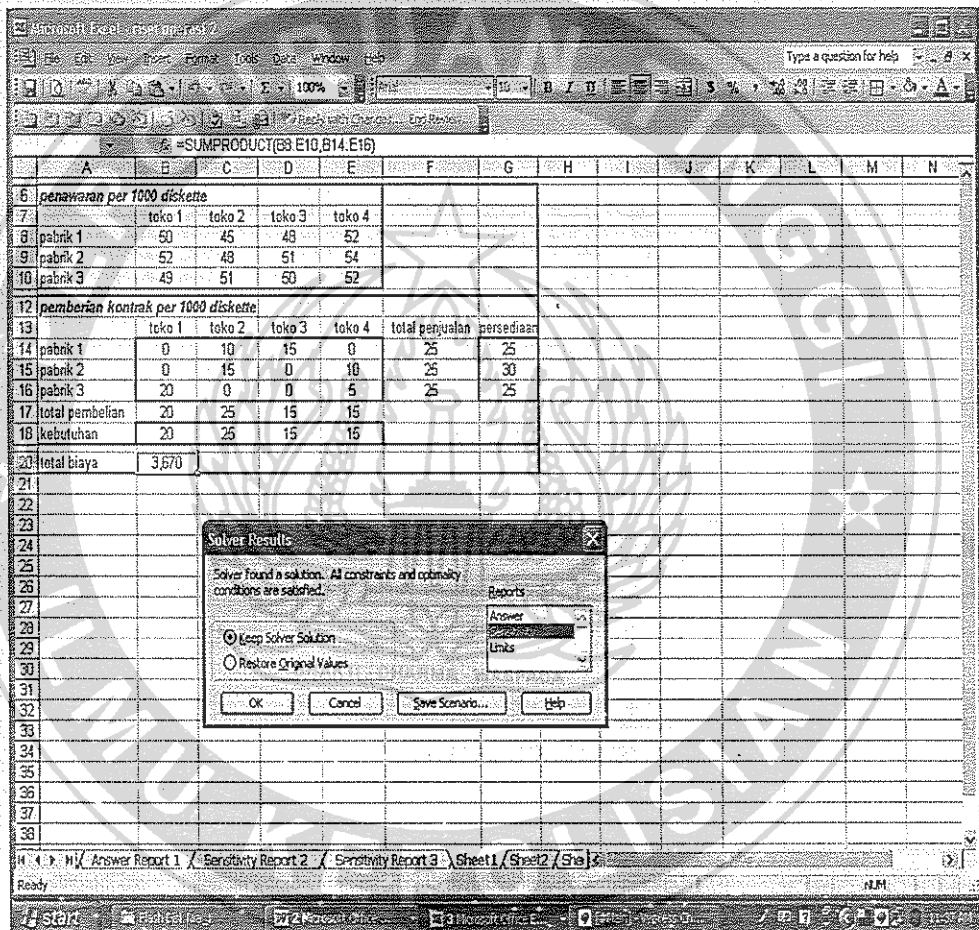
Gambar 2.4 Solver Result

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
6	penawaran per 1000 diskette								
7		toko 1	toko 2	toko 3	toko 4				
8	pabrik 1	50	45	48	52				
9	pabrik 2	52	48	51	54				
10	pabrik 3	49	51	50	52				
12	pemberian kontrak per 1000 diskette								
13		toko 1	toko 2	toko 3	toko 4	total penjualan	persediaan		
14	pabrik 1	0	10	15	0	25	25		
15	pabrik 2	0	15	0	10	25	30		
16	pabrik 3	20	0	0	5	25	25		
17	total pembelian	20	25	15	15				
18	kebutuhan	20	25	15	15				
20	total biaya	3,670							
21									
22									
23									
24									
25									
26									
27									

Gambar 2.5 Tampilan setelah menekan Solve

Dalam solver parameters diketahui bahwa *sell target cell* = fungsi tujuan yang berbeda pada cell B20, variabel keputusan berada pada cell B14:B16 dan kendala yang berupa total pembelian disket Toko 1 sampai 4 berada pada cell (B17:E17) \geq kebutuhan disket toko 1 sampai 4 (cell B18:E18) dan total penjualan disket pabrik 1 sampai 3 berada pada cell (F14:F16) \leq persediaan pabrik 1 sampai 3 berada pada cell(G14:G16).

Setelah menekan Solve, tekan Sensitivity karena dalam kendala tidak ada pernyataan biner atau integer.



Gambar 2.6 Tampilan Solver Result dg menekan Report sensitivity

Dan tampilan analisis sensitivitas dalam excel sebagai berikut

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$14	pabrik 1 toko 1	0	2	50	1E+30	2
\$C\$14	pabrik 1 toko 2	10	0	45	1	0
\$D\$14	pabrik 1 toko 3	15	0	48	0	51
\$E\$14	pabrik 1 toko 4	0	1	52	1E+30	1
\$B\$15	pabrik 2 toko 1	0	1	52	1E+30	1
\$C\$15	pabrik 2 toko 2	15	0	48	0	1
\$D\$15	pabrik 2 toko 3	0	0	51	1E+30	0
\$E\$15	pabrik 2 toko 4	10	0	54	1	1
\$B\$16	pabrik 3 toko 1	20	0	49	1	51
\$C\$16	pabrik 3 toko 2	0	5	51	1E+30	5
\$D\$16	pabrik 3 toko 3	0	1	50	1E+30	1
\$E\$16	pabrik 3 toko 4	5	0	52	1	1

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$17	total pembelian toko 1	20	51	20	5	10
\$C\$17	total pembelian toko 2	25	48	25	5	15
\$D\$17	total pembelian toko 3	15	51	15	5	15
\$E\$17	total pembelian toko 4	15	54	15	5	10
\$F\$14	pabrik 1 total penjualan	25	-3	25	15	5
\$F\$15	pabrik 2 total penjualan	25	0	30	1E+30	5
\$F\$16	pabrik 3 total penjualan	25	-2	25	10	5

Gambar 2.7 Tampilan analisis sensitivitas dalam Excel

- Kolom cell E9 sampai E20 memuat reduced cost (pembengkakan total biaya pembelian minimal), misalkan Toko 1 memaksa membeli x unit disket ke pabrik 1 (sebelumnya dalam solusi optimal, Toko 1 tidak membeli disket ke pabrik 1) sehingga total biaya pembelian akan membengkak sebanyak Rp. 2x, yaitu menjadi Rp 3.670,00+2x. Nilai pembengkakan ini masih berlaku sampai batas pembelian 1E+30 (tak hingga). Demikian juga untuk keputusan yang lain.
- Kolom final value D25 sampai D31 menampilkan nilai fungsi pada saat variabel keputusan bernilai optimal (nilai fungsi kendala pada ruas kiri).
- Kolom E25 sampai E31 memuat shadow price (harga bayangan, yaitu kenaikan/penurunan profit atau pembengkakan/penurunan biaya bila suatu batas sumber daya/kendala diperbesar/diperkecil). Misalnya shadow price Toko 1 adalah Rp 51. artinya, bila batas pembelian Toko 1 dinaikkan sebesar x unit disket, maka solusi optimalnya akan bertambah sebesar 51x, yaitu Rp

3.670,00+51x di mana pengurangan kebutuhannya dibatasi sampai 5 unit dari batas kebutuhan 20 unit, dan penambahan kebutuhannya dibatasi sampai 10 unit dari batas kebutuhan 20 unit, menjadi maksimal 30 unit. Demikian berlaku untuk batas kebutuhan Toko 2, 3 dan 4. Hal yang sama berlaku untuk batas penjualan pabrik 1 sampai pabrik 3.

Contoh masalah 2 :

Tiga pabrik pembangkit tenaga listrik dengan kapasitas 25,40 dan 30 juta kilowatt jam (kWh) memasok tenaga listrik ke tiga kota yang permintaannya maksimumnya diperkirakan sebesar 30,35 dan 25 juta kWh. Biaya dalam dollar dari tenaga penjualan ke kota-kota yang berbeda per juta kWh adalah sebagai berikut :

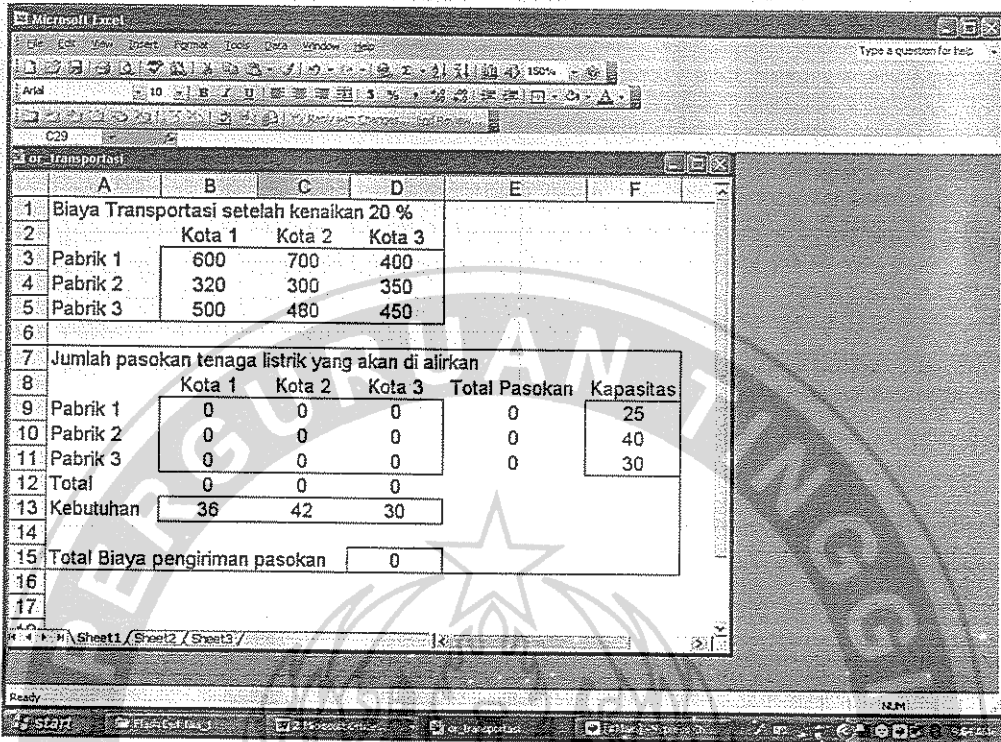
	Kota 1	Kota 2	Kota 3
pabrik 1	600	700	400
pabrik 2	320	300	350
pabrik 3	500	480	450

Selama bulan Agustus, ada kenaikan 20 % dalam permintaan di ketiga kota tersebut. Untuk memenuhi permintaan yang lebih tinggi ini, perusahaan pembangkit tsb harus membeli tenaga listrik tambahan dari jaringan lain dengan harga premium rata-rata sebesar \$ 1000 per juta kWh. Rumuskan masalah ini sebagai masalah transportasi untuk tujuan menetapkan rencana distribusi yang paling ekonomis dari sudut pandang perusahaan pembangkit tenaga listrik.

Maka bentuk tabel yang baru setelah kenaikan 20 % sbb :

	Kota 1	Kota 2	Kota 3	Persediaan
pabrik 1	600	700	400	25
pabrik 2	320	300	350	40
pabrik 3	500	480	450	30
kebutuhan	36	42	30	

Langkah pertama yang harus dilakukan adalah memasukkan data menjadi berikut ini :



Gambar 2.8 Tampilan awal dalam Excel

Dari gambar 2.8, fungsi tujuan, kendala dan variabel keputusan dirumuskan seperti pada tabel di bawah ini :

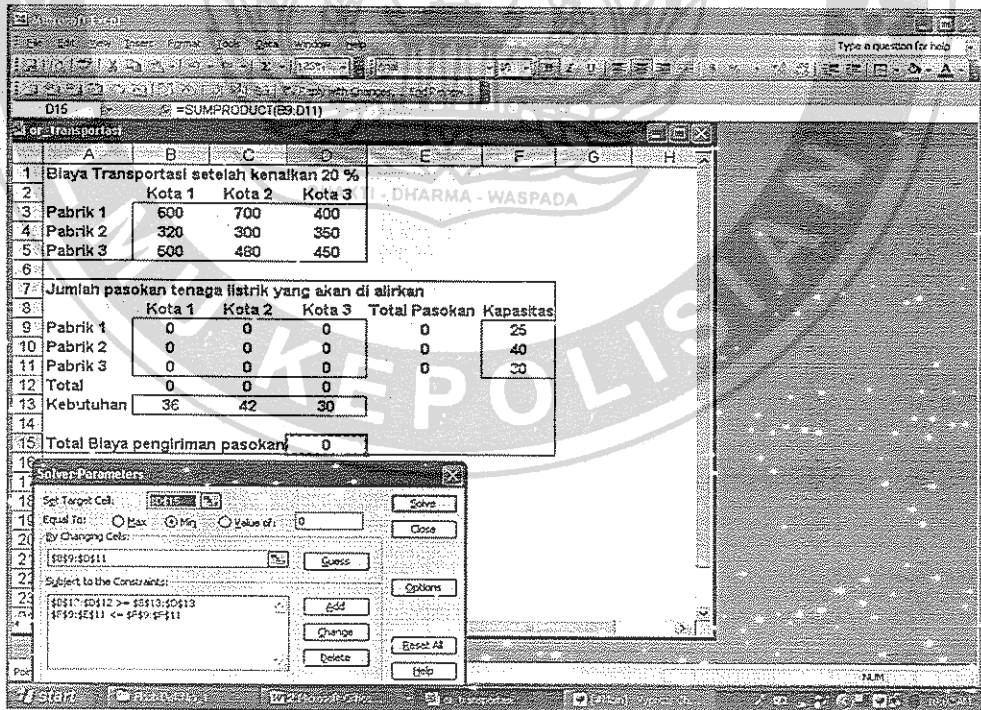
Variabel Keputusan	Cell
Pengiriman Jumlah pasokan tenaga listrik	=(B9:D11)

Fungsi Tujuan	Cell	Formula
Meminimalkan total biaya pengiriman	D15	=SUMPRODUCT(B3:D5,B9:D11)

Kendala	Cell	Formula	Syarat	Batas	Dikopi ke	Batas
Total	B12	=SUM	\geq	B13	=SUM(D9:D11)	D13

Kebutuhan melebihi permintaan kota 1	E9	(B9:D11) =SUM(B9:D9)	<	F9	=SUM(B11:D11)	F11
Total pengiriman pasokan tenaga listrik tidak boleh melebihi kapasitas Pabrik 1						

Setelah memasukkan rumus awal, didapat solver Parameter seperti gambar 2.9 berikut:

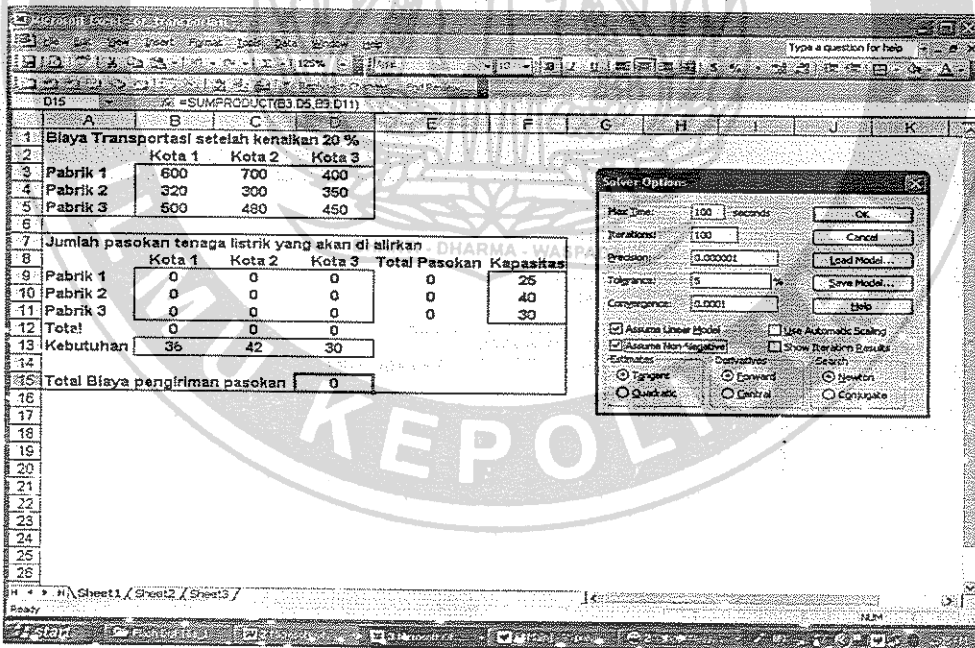


Gambar 2.9 Tampilan Solver parameter

Dalam solver parameters diketahui bahwa

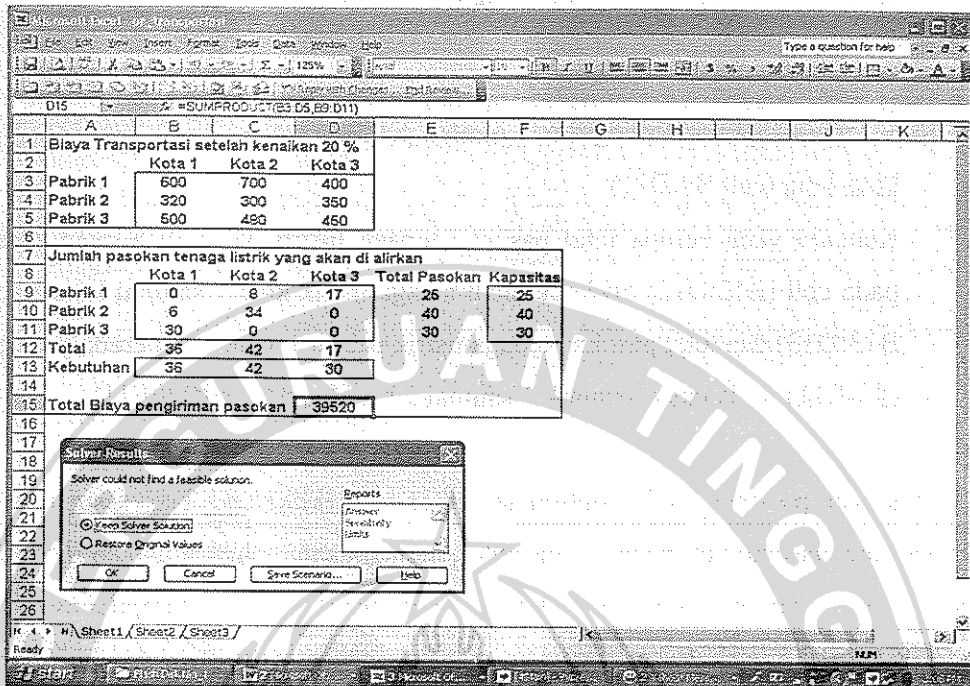
- Set target cell adalah fungsi tujuan untuk meminimalkan total biaya pengiriman pasokan tenaga listrik dari setiap pabrik ke kota 1, 2 dan 3 (cell D15).
- Variabel keputusan pengiriman jumlah pasokan tenaga listrik dari pabrik ke kota-kota (cell B9:D11)
- Kendala yang berupa total pasokan tenaga listrik yang di alirkan berada pada cell (B12:D12) \geq kebutuhan tenaga listrik kota 1 sampai kota 3 (cell B13:D13) dan total pasokan tenaga listrik pabrik 1 sampai 3 berada pada cell (E9:E11) \leq kapasitas pabrik 1 sampai 3 berada pada cell(F9:F11).

Dari solver parameter pilih option lalu menekan (klik) teks box assume linier model dan assume non-negative ini untuk menentukan/mengasumsikan modelnya yang linier dan kendala dalam kondisi non negatif, maka tampilannya pada gambar 2.10, setelah itu ok kemudian menekan solve, maka akan di peroleh hasil akhir dari Excel yaitu pada gambar 2.12



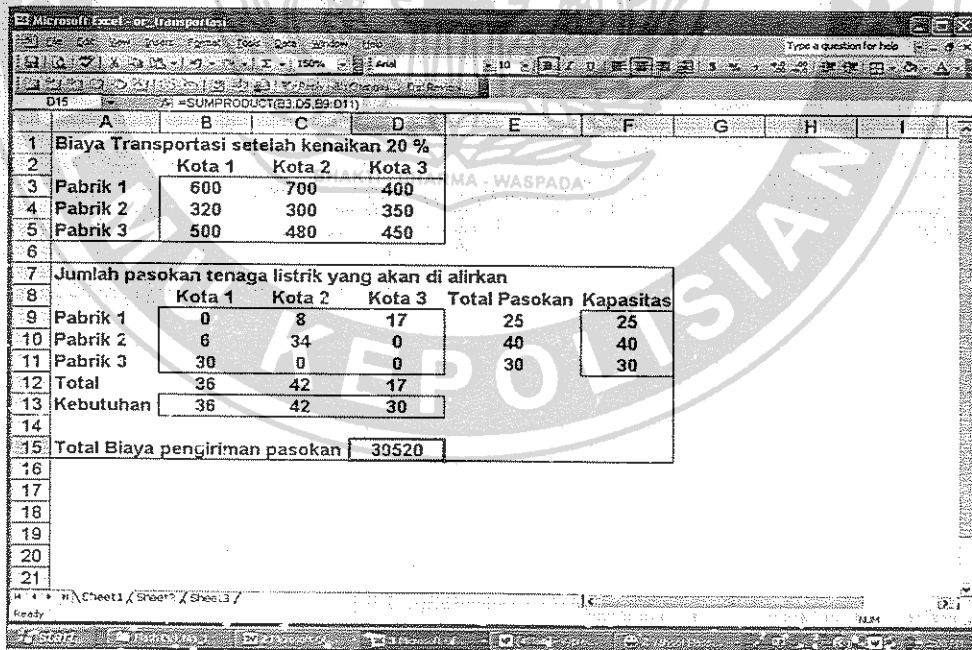
Gambar 2.10 Tampilan Solver Option

Setelah itu tampil solver result kemudian tekan ok, dimana report tidak aktif.



Gambar 2.11 Tampilan Solver Result

Ini lah tampilan hasil akhir dari Excel sebagai berikut :



Gambar 2.12 Tampilan akhir dalam Excel

Dari gambar 2.11 di atas di peroleh hasil (dalam jutaan) sebagai berikut :

- Pabrik 1 menyalurkan pasokan tenaga listrik ke kota 2=8 kWh dan kota 3 = 17 kWh
- Pabrik 2 menyalurkan pasokan tenaga listrik ke kota 1=6 kWh dan kota 2 = 34 kWh
- Pabrik 3 hanya menyalurkan pasokan tenaga listrik ke kota 1 = 30 kWh

Dengan total pasokan dari pabrik 1, 2 dan 3 masing-masing adalah 25, 40 dan 30 juta kWh.

Serta diperoleh Total Biaya pengiriman pasokan tenaga listrik sebesar \$39.520

III. KESIMPULAN

Program Solver dari Microsoft Excel merupakan salah satu alat bantu penyelesaian masalah Transportasi dan juga masalah-masalah yang ada dalam Riset Operasi (seperti masalah penugasan, proses produksi, penjadwalan dll) dari sejumlah alat bantu yang ada seperti TORA, QSB, ABQM dan lainnya.

Daftar Pustaka :

- Hiller, Frederick S.,Gerald J. Lieberman.,(1994) Pengantar Riset Operasi, Penerbit Erlangga, Jakarta.
- Taha. Hamdy A., (1996), Riset Operasi Suatu Pangantar Jilid 1 Edisi ke lima, Binarupa Aksara, Jakarta.
- Yulianto, Herry Dwie., I Nyoman Sutapa, (2005), Riset Operasi dengan Excel, CV Andi Offset, Yogyakarta.